

Матрица Адамара как геометрический феномен

А.И.Медяник

Матрицами Адамара называются матрицы, каждый элемент которых равен +1 или -1, доставляющие равенство в широко известном неравенстве Адамара [1]. Имеется более 100 доказательств этого неравенства. Необходимое условие существования такой матрицы состоит в равенстве ее порядка 1, 2 или $4n$. Адамар предположил, что для любого натурального n существует его матрица порядка $4n$. Но эта гипотеза не доказана до сих пор.

Матрицы Адамара находят широкое применение в теории кодирования (коды, исправляющие ошибки), теории планирования многофакторных экспериментов (блок-схемы) и других областях математики.

Мы будем говорить о связях матриц Адамара с геометрией. А именно, об эквивалентности вопроса о существовании матрицы Адамара порядка $4n$ вопросу о возможности вписать правильный гиперсимплекс в $(4n-1)$ -мерный куб, что было установлено Г.Коксетером [2]. А также об их связи с паратактическим поворотом E^{4n-1} вокруг полисектиры координатного угла и существованием $4n-1$ попарно изоклиниых двумерных плоскостей в E^{4n-2} [3]. Кроме того, о связи с такими матрицами антиподальных $(2n-1)$ -мерных симплексов, вписанных в $(2n-1)$ -мерный куб [4,5] и антиподальных n -угольников, вписанных в правильный $(2n-1)$ -угольник [6], существование которых, кстати, эквивалентно существованию полуциркулянтных матриц Адамара порядка $4n$ [5,6].

Список литературы

1. Hadamard J. Resolution d'une question relative aux determinants// Bull.sci math., 1893, v.2, pp. 240-248.
2. Coxeter H.S.M.// J.of Math. and Phys., 1933, v.XII, pp.334-345.
3. Медяник А.И. О построении матриц Адамара // Матем. физика, анализ, геометрия, 1995, т.2, N 1, с. 87-93.
4. Медяник А.И. Правильный симплекс, вписанный в куб//Укр.геом. сб.б 1973б вып. 13, с. 109-112.
5. Медяник А.И. Вписанный в куб правильный симплекс и матрицы Адамара полуциркулянтного типа// Матем. физика, анализ, геомерия, 1997, т.4, N 4, с. 458-471.
6. Медяник А.И. Антиподальные n-угольники, вписанные в правильный $(2n-1)$ -угольник и полуциркулянтные матрицы Адамара порядка $4n$ // Мат. физика, анализ, геометрия, 2004, т. 11, N 1, с. 45-66.